Aufgaben zur Binomialverteilung

Kompetenzen

- Binomialverteilung verwenden
- Kumulierte Wahrscheinlichkeitsfunktion verwenden
- „mindestens, wenigstens usw"
- Gleichungen lösen

Beispiel: Movi und Cassler

Bei Autos des Modells Movi tritt mit der Wahrscheinlichkeit von 12 % ein bestimmter Defekt auf. Das Autohaus Cassler hat 83 Autos dieses Typs verkauft. Bearbeiten Sie folgende Aufgabenstellungen mit dem CAS:

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei genau 10 dieser Autos ein Defekt eintritt?
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei höchstens 10 dieser Autos ein Defekt eintritt?
c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei mehr als 5 aber weniger als 15 dieser Autos ein Defekt eintritt?
d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl der Autos mit diesem Defekt um höchstens 2 vom Erwartungswert abweicht?
e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl der Autos mit Defekt im Intervall $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$ liegt? Bestimmen Sie auch die Wahrscheinlichkeiten für $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$ und $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$! Was lässt sich damit aussagen?
f) Wie viele Autos müsste man mindestens auswählen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % wenigstens eines mit Defekt unter ihnen ist?

Binomialverteilung verwenden (a):

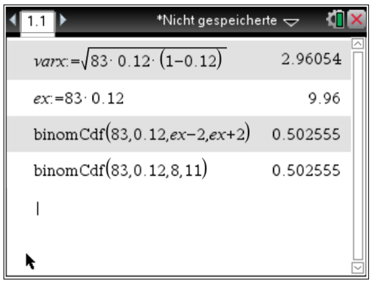
- Im „Calculator" berechnet man die gefragte Wahrscheinlichkeit $P(X = 10)$ mit dem Befehl $binomPdf(n, p, k)$.
- Der erste Parameter ist die Stichprobengröße n, der zweite die Bernoulli-Wahrscheinlichkeit p und der dritte Parameter die Anzahl der Treffer k.

Kumulierte Wahrscheinlichkeitsfunktion verwenden (b-e):

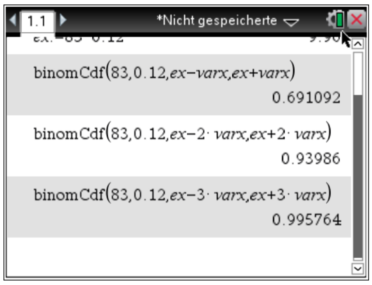
- Im „Calculator" berechnet man die kumulierte Wahrscheinlichkeit $P(X \leq 10)$ mit dem Befehl $binomCdf(n, p, k)$.
- Der erste Parameter ist die Stichprobengröße n, der zweite die Bernoulli-Wahrscheinlichkeit p und der dritte Parameter die Anzahl der Treffer k, die höchstens eintreffen dürfen.

- Der Befehl $binomCdf$ erlaubt noch die Angabe eines weiteren Parameters, um Wahrscheinlichkeiten der Form $P(k_1 \leq X \leq k_2)$ berechnen zu können: $binomCdf(n, p, k1, k2)$.
- So berechnet man die gefragte Wahrscheinlichkeit $P(6 \leq X \leq 14)$…

- … bzw. die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl der Autos mit Defekt höchstens um 2 vom Erwartungswert abweicht…

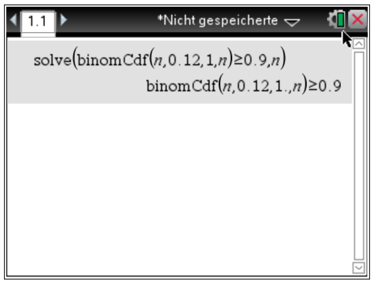


- … oder um höchstens eine, zwei oder drei Standardabweichungen.

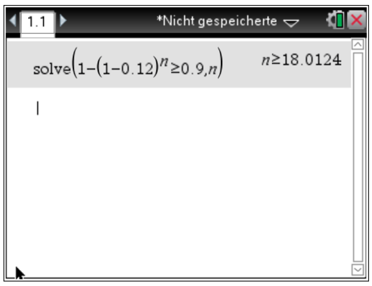


Mindestens, wenigstens (f):

- Leider funktioniert das Lösen einer Gleichung nicht, wenn $binomPdf$ bzw. $binomCdf$ mit unbekannten Parametern auftreten, wie die Abbildung rechts zeigt.



- Aus diesem Grund muss man die Gleichung $P(X \geq 1)$ wie gehabt in die Form $1 - P(X = 0) = 1 - (1 - p)^n$ umwandeln und dann die Gleichung $1 - (1 - p)^n \geq 0.9$ lösen.
- Man muss also mindestens 19 Autos auswählen.



(Aufgaben in Anlehnung an Cornelsen, Mathematik mit CAS, Arbeitsheft für Schülerinnen und Schüler)