Rechnen mit Laufzeiten (S. 140, Aufgabe 7)

Das Laufzeitverhalten $\mathcal{O}\big(f(n)\big)$ bedeutet, dass die Laufzeit $t(n)$ proportional zu $f(n)$ ist.

Es gilt also:

$$t(n) = k \cdot f(n)$$

und

$$\frac{t(n_2)}{t(n_1)} = \frac{f(n_2)}{f(n_1)}$$

bzw.

$$t(n_2) = t(n_1) \cdot \frac{f(n_2)}{f(n_1)}$$

a)

Beispielrechnung für $\mathcal{O}(\log_2(n))$:

$$\frac{t(n_2)}{t(n_1)} = \frac{\log_2(n_2)}{\log_2(n_1)}$$

Mit $n_1 = 100$ und $t(n_1) = t(100) = 0{,}1s$ erhält man:

$$t(n_2) = t(100) \cdot \frac{\log_2(n_2)}{\log_2(100)}$$

bzw.

$$t(n) = t(100) \cdot \frac{\log_2(n)}{\log_2(100)}$$

$n = 100$ $\qquad$ $t(100) = 0{,}1\ s$

$n = 200$ $\qquad$ $t(200) = t(100) \cdot \frac{\log_2(200)}{\log_2(100)} \approx 0{,}115s$

Ergebnis:

C4 =B3*LOG($A4;2)/LOG($A$3;2)

	A	B	C	D	E	F
1	n	O(n)	O(log2(n))	O(n*log2(n))	O(3^n) (in Jahren)	O(n!) (in Jahren)
2						
3	100	0,1000	0,1000	0,1000	3,17E-09	0,10
4	110	0,1100	0,1021	0,1123	1,8724E-04	5,3964E+11
5	120	0,1200	0,1040	0,1248	1,1057E+01	2,2729E+32
6	130	0,1300	0,1057	0,1374	6,5288E+05	2,1973E+53
7	140	0,1400	0,1073	0,1502	3,8552E+10	4,5740E+74
8	150	0,1500	0,1088	0,1632	2,2764E+15	1,9413E+96
9	200	0,2000	0,1151	0,2301	1,6343E+39	#ZAHL!
10	300	0,3000	0,1239	0,3716	8,4226E+86	#ZAHL!
11	400	0,4000	0,1301	0,5204	4,3408E+134	#ZAHL!
12	500	0,5000	0,1349	0,6747	2,2372E+182	#ZAHL!
13	600	0,6000	0,1389	0,8334	1,1530E+230	#ZAHL!
14	700	0,7000	0,1423	0,9958	#ZAHL!	#ZAHL!
15	800	0,8000	0,1452	1,1612	#ZAHL!	#ZAHL!
16	900	0,9000	0,1477	1,3294	#ZAHL!	#ZAHL!
17	1000	1,0000	0,1500	1,5000	#ZAHL!	#ZAHL!

b) und c)

Laufzeitverhalten $\mathcal{O}(3^n)$:

Mit $n_1 = 100$ und $t(n_1) = t(100) = 0{,}1s$ erhält man:

$$t(n) = t(100) \cdot \frac{3^n}{3^{100}} = 0{,}1 \cdot \frac{3^n}{3^{100}}$$

$t(n)$ (in der Einheit $1s$) ist gegeben, n ist gesucht:

$$3^n = t(n) \cdot \frac{3^{100}}{0{,}1}$$

Auflösen nach n:

$$n = \log_3\left(t(n) \cdot \frac{3^{100}}{0{,}1}\right)$$

Laufzeitverhalten $\mathcal{O}(\log_2(n))$:

Mit $n_1 = 100$ und $t(n_1) = t(100) = 0{,}1s$ erhält man:

$$t(n) = 0{,}1s \cdot \frac{\log_2(n)}{\log_2(100)}$$

$t(n)$ (in der Einheit $1s$) ist gegeben, n ist gesucht:

$$\log_2(n) = t(n) \cdot \frac{\log_2(100)}{0{,}1}$$

Auflösen nach n:

$$n = 2^{t(n) \cdot \frac{\log_2(100)}{0{,}1}} = \left(2^{\log_2(100)}\right)^{\frac{t(n)}{0{,}1}} = 100^{\frac{t(n)}{0{,}1}}$$

Ergebnis:

C3 =LOG($B3*3^100/0,1;3)

	A	B	C	D	E
1			Exponentiell	Logarithmisch	
2	Zeitraum	t in s	n	n	
3	Zehntel Sekunde	0,10	100,00	1,00E+02	
4	Eine Sekunde	1	102,10	1,00E+20	
5	10 Sek	10	104,19	1,00E+200	
6	100 Sek	100	106,29	#ZAHL!	
7	Stunde	3600	109,55	#ZAHL!	
8	Tag	86400	112,44	#ZAHL!	
9	Jahrhundert	3,15E+09	122,00	#ZAHL!	
10	13,7 Mrd Jahre	1,37E+10	123,34	#ZAHL!	
11					
12					
13					