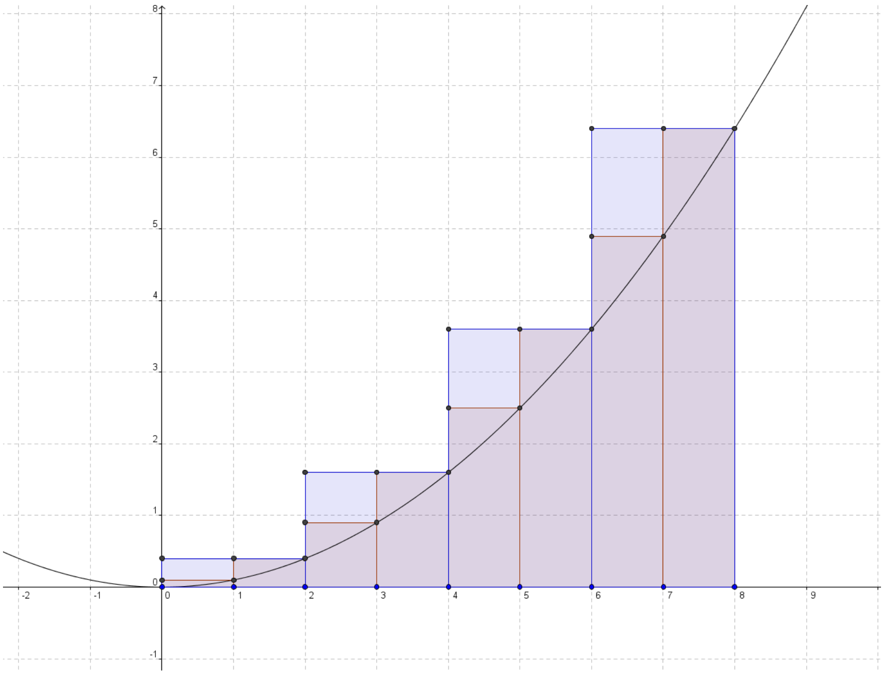
2. Berechnung von Flächeninhalten – das bestimme Integral

Übung: Berechnung der Obersummen
Im Unterricht wurde die Berechnung mithilfe von Untersummen besprochen.

Aufgabe: Nähere den Inhalt der Fläche unterhalb des Graphen der Funktion mit $f(x)=\frac{1}{10}x^2$ zwischen x=1 und x =8 durch geeignete Rechtecke, deren gesamter Flächeninhalt größer als der gesuchte Inhalt ist.



4 Rechtecke, Breite 2:

$$A \approx O_4 = 2\cdot f(2)+2\cdot f(4)+2\cdot f(6)+2\cdot f(8)=\sum_{i=1}^{4} 2\cdot f(2\cdot i)=24$$

8 Rechtecke, Breite 1:

$$A \approx O_8 = 1\cdot f(1)+1\cdot f(2)+1\cdot f(3)+\ldots+1\cdot f(8)=\sum_{i=1}^{8} 1\cdot f(i)=\frac{102}{5}=20{,}4$$

16 Rechtecke, Breite ½:

$$A \approx O_{16} = \frac{1}{2}\cdot f\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}\cdot f\left(\frac{2}{2}\right)+\frac{1}{2}\cdot f\left(\frac{3}{2}\right)+\ldots+\frac{1}{2}\cdot f\left(\frac{16}{2}\right)=\sum_{i=1}^{8}\frac{1}{2}\cdot f\left(\frac{i}{2}\right)=\frac{187}{10}=18{,}7$$

n Rechtecke, Breite 8/n:

$$A \approx O_n == \sum_{i=1}^{n}\frac{8}{n}\cdot f\left(i\cdot\frac{8}{n}\right)=\frac{128\cdot(n+1)\cdot(2n+1)}{15n^2}$$

$$\lim_{n\to\infty} O_n = \frac{256}{15}$$