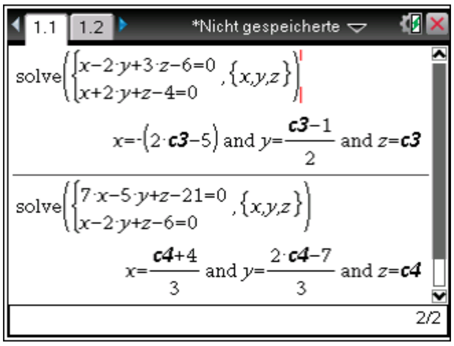
CAS-Lösungen zu Standardaufgaben zur Lagebeziehung von Gleichungen, Klett LS 12 (S. 138f)

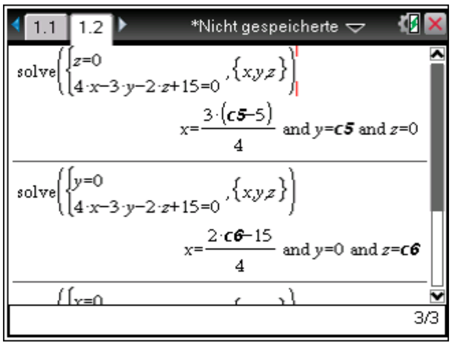


S.138/2a und b

a) LGS lösen → $\vec{X} = \begin{pmatrix} 5 \\ -0{,}5 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 0{,}5 \\ 1 \end{pmatrix}$

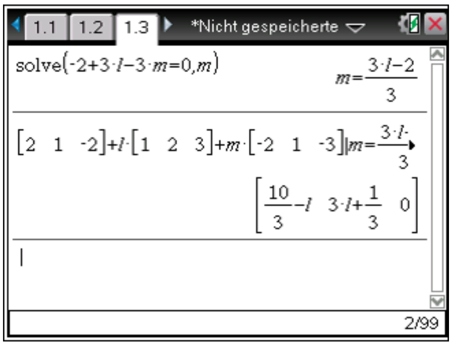
b) LGS lösen → $\vec{X} = \begin{pmatrix} 4/3 \\ -7/3 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

S.138/3a und b



2 Punkte mit $x_3 = 0$ berechnen → Gerade aufstellen
oder: x_1x_2-Koordinatenebene: $x_3 = 0$

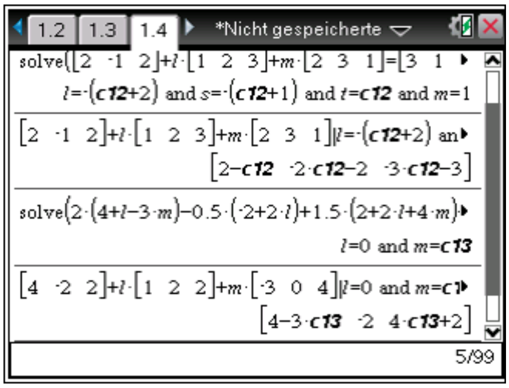
$g_{12}: \vec{X} = \begin{pmatrix} -15/4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ und entsprechend:



$g_{13}: \vec{X} = \begin{pmatrix} -15/4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$; $g_{23}: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 15/3 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

b) E in $x_3 = 0$ einsetzen und nach z.B. μ (hier m) auflösen,
dann in E einsetzen: $\vec{X} = \begin{pmatrix} 10/3 \\ 1/3 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$; entsprechend:

$\vec{X} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$ und $\vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -8 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$



4a) Vergleich der Normalenvektoren und Aufpunkt einsetzen → $E_1 || E_2$

4b) E_1 und E_2 gleichsetzen → in E_1 die Parameter λ und μ ersetzen → Schnittgerade: $\vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$

4c) E_1 koordinatenweise in E_2 einsetzen → nach λ und μ auflösen und in E_1 einsetzen → $\vec{X} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

6) Die gesuchte parallele Ebene hat den gleichen Normalenvektor wie E und den Aufpunkt P.
→ bei a) Kreuzprodukt der Richtungsvektoren, bei b) ablesen!

Die gesuchte senkrechte Ebene hat als Normalenvektor einen Vektor, der in der Ebene E liegt
→ bei a) z.B. einen Richtungsvektor, bei b) ein Vektor, der senkrecht zum Normalenvektor ist, also die Bedingung $3 \cdot n_1 - 2 \cdot n_2 + 1 \cdot n_3 = 0$ erfüllt; dabei kann man zwei der Koordinaten frei wählen.

7) LGS der drei Gleichungen lösen.