

Methode der kleinen Schritte

Grundprinzip:

Man berechnet näherungsweise den Ort und die Geschwindigkeit in kleinen Zeitsprüngen Δt jeweils aus dem vorhergehenden Wert.

Dabei wird zuerst die Geschwindigkeit ermittelt unter Verwendung der Beschleunigung und daraus dann der Ort. Wählt man Δt klein, so ergibt die Näherung gute Werte.

Aus $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ folgt mit $\Delta x = x(t+\Delta t) - x(t)$: $x(t+\Delta t) = x(t) + v(t) \cdot \Delta t$

Aus $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ folgt mit $\Delta v = v(t+\Delta t) - v(t)$: $v(t+\Delta t) = v(t) + a(t) \cdot \Delta t$

Je nachdem, welche Funktion für $a(t)$ vorliegt, ergibt sich eine typische Bahnkurve für den Körper nur aus dem jeweiligen Kraftgesetz, ohne Benutzung von Formeln für die jeweilige Bewegung.

Beispiel: Gravitationsgesetz

Herleitung der Beschleunigung siehe Buch Seite 112.

Da die Bewegung zweidimensional verläuft, sind bei Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung jeweils x und y-Koordinate zu beachten.

für a gilt: $a_x(t) = -\frac{GM}{r^3} x(t)$ und $a_y(t) = -\frac{GM}{r^3} y(t)$

G: Gravitationskonstante , M: Masse des Zentralgestirns

r: Abstand der beiden Körpermittelpunkte, mit $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

Anfangsbedingungen z.Bsp.:

$x(0) = 6400 \text{ km}$; $y(0) = 0$; $v_x(0) = 0$; $v_y(0) = 7,9 \text{ km/s}$; $\Delta t = 15 \text{ s}$

Realisierung mit Excel:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	t	x	y	vx	vy	ax	ay	r
2	0	7E6	0	0	9E3	= -(G*M*B2) /H2^3	= -(G*M*C2) /H2^3	=Wurzel (quadratsumme (B2 ;C2))
3	=A2+dt	=B2+D2* dt	=C2+E2* dt	=D2+F2* dt	=E2+G2* dt			
4								

	I	J	K
1	dt	G	M
2	20	6,67E-11	5,977E24